Bezriziková míra ze státních dluhopisů: přednosti a úskalí Svenssonovy metody

*Michal Dvořák**

1 Úvod

Určování bezrizikových výnosových měr dostává v odborné literatuře nemalý prostor (Damodaran 2008, Dvořák 2014, Mařík et al. 2011, Maříková – Mařík 2012). Tradiční metoda použití výnosu do doby splatnosti dlouhodobého vládního dluhopisu (ke dni ocenění)[1] jako bezrizikové míry pro všechny budoucí výnosové toky z oceňovaného aktiva se dostává do stále větší defenzivy. Je totiž vhodné, aby každý výnosový tok byl porovnán s výnosností alternativní investice se *stejnou dobou splatnosti*. Například dividenda nastávající za 2 roky by měla být porovnána s instrumentem přinášejícím výnos za 2 roky. Tím pádem potřebujeme nikoli jednu bezrizikovou míru, nýbrž celou sérii bezrizikových měr, které budou přiřazovány jednotlivým výnosovým tokům podle jejich splatnosti.

Jednou z možností je místo jediného dluhopisu využít sérii dluhopisů dané entity, lišící se pouze splatností. Například výnosy do doby splatnosti všech amerických dluhopisů, které jsou aktuálně obchodovány. Drtivá většina dluhopisů je ovšem kupónová, tj. periodicky vyplácí kupón a ve splatnosti ještě jmenovitou hodnotu. Pak není zcela korektní použít výnos do doby splatnosti např. 3letého dluhopisu k diskontování výnosového toku nastávajícího za 3 roky, protože dluhopis na rozdíl od výnosového toku vyplácí kupóny koncem prvního a druhého roku (Mařík et al 2011, s. 284-289): jedná se tak o z časového hlediska odlišné investice.

Řešení spočívá v rozdělení všech na trhu obchodovaných dluhopisů na jednotlivé platby kupónů a jmenovité hodnoty pomocí metody zvané bootstrapping (Mařík et al. 2011, s. 291-295). Ta umožní stanovit výnosovou míru pro splatnost odpovídající každé z těchto plateb.

Leč postup funguje pouze, pokud pro každý termín v budoucnu, kdy dojde k platbě kupónu či jmenovité hodnoty, existuje (alespoň jeden) dluhopis, který v příslušném okamžiku terminuje. Protože dluhopisů se obchoduje omezený počet, je skoro jisté, že tato podmínka nebude splněna pro jiné než učebnicové příklady.

Abychom pak dokázali pomocí na trhu obchodovaných dluhopisů sestavit korektní výnosnost pro každou splatnost (dále budeme tuto výnosnost nazývat *spotovou mírou*), je nezbytné přijmout **předpoklad o chování úrokových měr**. Přijetí takového předpokladu je tedy jedinou možností, jak dospět k diferencovaným bezrizikovým mírám ze státních dluhopisů!

V tomto článku bude tímto předpokladem Svenssonova funkce. Funkce byla vyvinuta ke studiu úrokových měr pro měnovou politiku centrálních bank. Pro oceňovací účely je

* Ing. Michal Dvořák, Katedra měnové teorie a politiky, Fakulta financí a účetnictví, Vysoká škola ekonomická v Praze a Česká národní banka. Kontaktní email: michal@michaldvorak.eu. Článek je zpracován jako jeden z výstupů výzkumného projektu IGA VŠE F1/05/2014 „Finanční a hospodářský cyklus“.

[1] Tento postup ale přesto můžeme hodnotit jako výrazně lepší oproti v praxi zřejmě převažujícímu používání *historického průměru* výnosností dluhopisů. O tom, jak jsou údaje z let např. 1928-2014 relevantní pro ocenění k 1.1.2014, nechť si udělá čtenář představu sám.

doporučována v Německu (IDW 2008). Metoda je rovněž popularizována v Maříková – Mařík (2012), kteří naznačují možnost používat postup i pro český trh.

Pro praktické uživatele postup přináší potřebné bezrizikové míry pro libovolný horizont. Postup ovšem může působit dojmem mysteriózní černé skříňky. V tomto článku bude proto metoda blíže popsána a ukážeme její koncepční přednosti a nedostatky. Posoudíme možnost přejímat parametry modelu vyvinuté na německých datech pro české prostředí a budeme diskutovat schopnost Svenssonovy funkce vhodně prokládat česká bezriziková data.

2 Dvojí použití Svenssonovy funkce[2]

Svenssonova funkce slouží k prokládání dat. Je názorné rozlišit dvě využití takového prokládání. Jednodušší situace nastává v případě, že známe data, která chceme proložit. Komplikovanějším případem je situace, data k prokládání nemáme k dispozici a naopak je pomocí Svenssonovy funkce potřebujeme nejprve zkonstruovat.

2.1 Prokládání známých dat

V jednodušším z obou situací máme k dispozici sérii datových bodů: řekněme, že body představují spotové míry (označované jako $S(m_i)$) pro příslušné horizonty splatností (označované jako m_i). Formálně řečeno, spotové míry jsou takové výnosnosti, které za m let zúročí dnešní jistinu P_0 na hodnotu P_1, tj.

$$P_1 = P_0 \cdot \left(1 + S(m)\right)^m \qquad .[1]$$

V případě oceňování by se $S(m)$ použila pro diskontování výnosového toku nastávajícího za m let. Zádrhelem je, že známe $S(m)$ pouze pro některá konkrétní m_i a nikoli pro všechna možná. Naším cílem je proto vybudovat předpis, který dá hodnotu $S(m)$ pro libovolnou splatnost m. Ilustrováno Obr. 1, chceme z 13 izolovaných černých bodů [$m_i, S(m_i)$] vytvořit souvislou křivku, abychom měli spotovou míru i pro 16,5 či 25 let.

Nabízí se proložit známé míry spojitou křivkou tak, aby pro každou splatnost existovala výsledná míra. Můžeme použít například lineární křivku (zde s optimálními parametry 0,255 % pro horizontální posun a 0,0934 % pro sklon), ale je jasné, že lineární proložení není příliš dobré. Dalo by se experimentovat s různými prokládacími funkcemi a zkoumat, která danou kombinaci bodů proloží co nejvhodněji.[3] Jednodušším řešením by ale bylo používat jeden typ funkce, který funguje velmi dobře v široké škále situací. Svensson (1994) pro tyto případy navrhuje funkci v obecném tvaru [2][4].

---

[2] Abychom zdůraznili, že Svenssonem (1994) navržený postup je pouze jednou z možných variant obecného přístupu k utváření výnosové křivky ze státních dluhopisů, budeme dále mluvit o Svenssonově funkci a nikoli Svenssonově metodě.

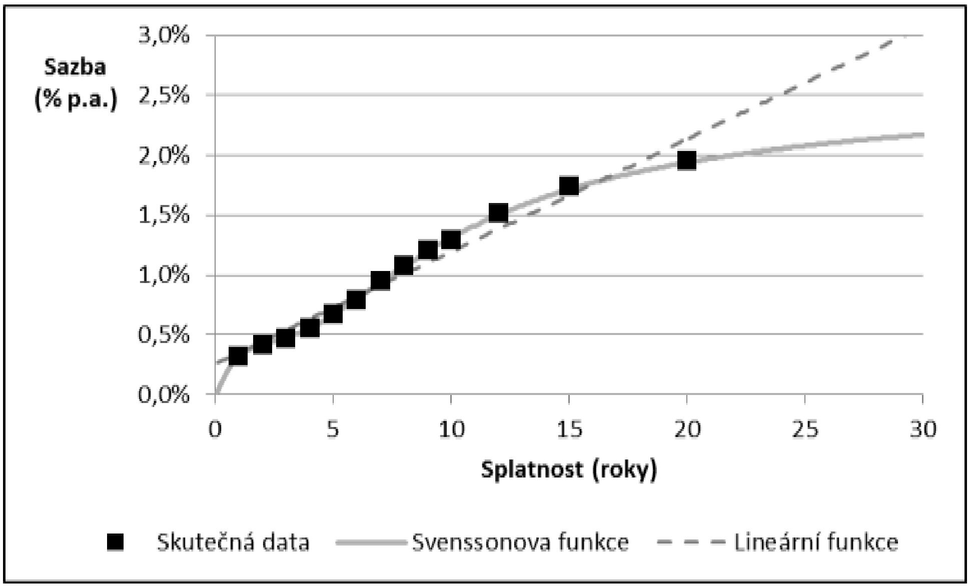
[3] „Nejvhodněji“ ale neznamená, že by nutně musela přesně procházet všemi body. To není obtížné zařídit; stačilo by použít prokládací funkci, co má dostatečný počet parametrů (např. polynom dostatečně vysokého stupně). Daní za to by ale bylo podivné chování prokládací funkce (různé hrby) mimo tyto body. Proto se klade požadavek, aby se prokládací funkce nejen jednotlivým bodům příliš nevzdalovala, ale aby zároveň byla i dostatečně hladká. K tomu existují i numerická kritéria (vizte např. Greene, 2012, s. 82-84).

[4] Svensson (1994) stavěl na starší metodě Nelson – Siegel (1987). Jeho vylepšení spočívá v zahrnutí posledního členu, tedy přidání dalších 2 parametrů, které mají přispívat k lepšímu proložení křivky. Arnold – Lahmann –

$$\widetilde{S}(m) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1-\exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \left[\frac{1-\exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right] + \\ + \beta_3 \left[\frac{1-\exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)}{\frac{m}{\tau_2}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \right] \qquad [2]$$

kde spotová míra $\widetilde{S}(m)$ pro horizont m let je stanovena pomocí 6 parametrů: $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ a τ_1, τ_2. Interpretace parametrů je uvedena v Tab. 1.

Obr. 1: Proložení dat funkcemi



Zdroj dat: Patria (2014), korunové swapové sazby z 23.7.2014.

Parametry se ekonometricky odhadují pomocí dat, která máme k dispozici. V Obr. 1 tedy pomocí 13 známých spotových měr. Optimální parametry jsou voleny tak, aby součet druhých mocnin odchylek známých spotových měr od jejich funkcí vyrovnaných hodnot, tj. výraz

$$\sum_{i=1}^{n} \left(S(m_i) - \widetilde{S}(m_i) \right)^2 , \qquad [3]$$

Schwetzler (2011) ukazují, že rozdíl v přesnosti může být značný, zejména na horizontech delších než 1 rok, což je pro oceňovatele podniků nejdůležitější. Studie Schich (1997) i Svensson (1994) rozdíl neidentifikují až tak výrazný, byť Svenssonova funkce vychází vždy lépe. Na českých datech za necelých 10 posledních let, užitých v kapitole 5, je Svenssonova funkce v proložení v průměru přibližně 3x přesnější.

byl co nejmenší[5]. Jsou-li vstupní data ve tvaru desetinných čísel, pak optimální hodnoty parametrů pro případ z Obr. 1 jsou uvedeny v Tab. 2.

Tab. 1: Interpretace parametrů Svenssonovy funkce

Parametr	Interpretace
β_0	Asymptotická hodnota spotové míry pro nekonečný horizont ($\tilde{S}(\infty)=\beta_0$), tj. ultradlouhá spotová míra
β_1	Rozdíl mezi asymptotickou hodnotou spotové míry pro nekonečný horizont a spotovou mírou pro horizont blížící se nule ($\tilde{S}(\infty)-S(0^+)=-\beta_1$), tj. sklon spotové výnosové křivky
β_2	Intenzita ohnutí křivky kolem splatnosti τ_1 (v absolutní hodnotě vyšší číslo značí výraznější prohnutí, kladné číslo znamená prohnutí směrem vzhůru, záporné prohnutí směrem dolů)
β_3	Intenzita ohnutí křivky kolem splatnosti τ_2 (v absolutní hodnotě vyšší číslo značí výraznější prohnutí, kladné číslo znamená prohnutí směrem vzhůru, záporné prohnutí směrem dolů)
τ_1	Jedno místo prohnutí křivky (třetí člen rovnice [2] má nejvyšší výchylku pro $m \approx 1{,}79 \cdot \tau_1$, což lze vnímat jako střed prohnutí[6])
τ_2	Druhé místo prohnutí křivky (poslední člen rovnice [2] má nejvyšší výchylku pro $m \approx 1{,}79 \cdot \tau_2$, což lze vnímat jako střed prohnutí), obě prohnutí jsou na sobě nezávislá

Zdroj: Autor.

Vložením číselných hodnot těchto 6 parametrů do rovnice [2] máme k dispozici funkční předpis, do kterého dosazením libovolného horizontu m přímo získáme spotovou míru pro požadovanou splatnost.[7] Tvar tohoto předpisu je ukázán v Obr. 1. Je vidět, že Svenssonova funkce vyrovnala body v našem příkladu velmi přesně a mnohem lépe než funkce lineární.

---

[5] Metoda se nazývá nelineární metodou nejmenších čtverců. Existují ovšem i další odhadovací procedury (Svensson 1994, Verbeek 2011) a jejich modifikace, například vážit odchylky na různých splatnostních segmentech různě. Je třeba zdůraznit, že každá metoda odhadu bude produkovat mírně odlišné hodnoty parametrů a nelze obecně říci, která odhadovací metoda je nejlepší.

[6] Ze vztahu [2] vyplývá, že třetí a čtvrtý člen jsou pro nulovou a nekonečnou splatnost nulové, a mezi těmito hodnotami je umístěn vždy jeden hrb. Jeho umístění je charakterizováno parametrem τ_1, resp. τ_2 a jeho amplituda parametrem β_3, resp. β_4.

[7] V závislosti na tom, jak byly parametry v rovnici [2] stanoveny, jsou výsledky buďto v % p.a. nebo ve formě desetinných čísel. Převod mezi oběma formami rovnice je snadný: má-li např. rovnice produkovat desetinná čísla místo procent, je třeba vydělit všechny parametry β stem.

Tab. 2: Interpretace parametrů Svenssonovy funkce

Parametr	β_0	β_1	β_2	β_3	τ_1	τ_2
Optimální hodnota	2,62	-2,67	1375,05	-1378,10	1,6462	1,6492

Zdroj: Autor.

Výše uvedený případ, kdy známe některé spotové míry, a chceme vypočítat spotové míry pro zbylé horizonty, je spíše hypotetický.[8] Daleko častějším případem by mohlo být užití uvedeného postupu tak, že bychom jako zdrojová data používali nikoli spotové míry, ale

- **výnosy do doby splatnosti státních dluhopisů** (např. ty z Obr. 2), kde m_i by byly jejich splatnosti (nebo případně jejich durace),
- **na trhu známé swapové sazby,**

a výsledná funkce $\tilde{S}(m)$ by reprezentovala výnosy do doby splatnosti či swapové sazby s libovolným horizontem. Jejich účel by pak byl následující.

- **Funkcí získané výnosy do doby splatnosti státních dluhopisů** by byly použity jako bezriziková míra pro příslušný horizont. Toto řešení není samozřejmě zcela precizní (vizte kapitolu 1), protože výnos do doby splatnosti kupónového dluhopisu není spotovou mírou. Řešení však alespoň poskytuje možnost diskontovat každý výnosový tok z oceňovaného aktiva výnosem do splatnosti dluhopisu se stejnou splatností (nebo durací), i když takový dluhopis na trhu není obchodován.
- **Funkcí získané swapové sazby** by s určitou nepřesností mohly být použity jako bezriziková míra pro příslušný horizont. Případně by se z nich dala extrahovat série swapových sazeb pro např. 1, 2, 3 až 20letou splatnost a následně dopočítat spotové míry podle Mařík et al (2011, s. 295-302)[9]. V obou případech je však alespoň pro český trh jednoznačně lepší použít výpočetní postup uvedený v Dvořák (2014).

Na závěr uveďme, že Svenssonův model je zvyklý pracovat se spojitým úročením. To znamená, že

- při **zadávání vstupních dat** se obvykle místo úrokové míry s ročním úročením i do vstupních dat zadá míra se spojitým úročením $\ln(1+i)$, například místo 0,32% by se zadala míra $\ln(1{,}0032) = 0{,}3195\,\%$, a následně
- **výsledná míra** $\tilde{S}(m)$ se pak převede zpět na míru s ročním úročením pomocí vztahu $e^{\tilde{S}(m)}$, tj. např. $\tilde{S}(1) = 0{,}3202\,\%$ by se převedlo na $e^{\tilde{S}(1)} = e^{0{,}003202} = 0{,}3207\,\%$.

[8] Tato situace by mohla nastat například tehdy, pokud bychom získali spotové míry z bezkupónových dluhopisů.

[9] Autoři zde používají k dopočtu swapových sazeb pro chybějící splatnosti swapů proložení polynomem. Použít místo polynomu neznámého řádu Svenssonovu funkci by vedlo k zpřehlednění odhadovací procedury a výraznému zvýšení přesnosti odhadu.

Na výsledek má ale transformace většinou zcela zanedbatelný vliv a není nutné ji provádět.[10] Může však být zdrojem interpretačních omylů (leč kvantitativně malých) v momentu, kdy celý odhad provádí přednastavený skript.[11]

2.2 Konstrukce dat

V minulé kapitole představené vyrovnávání známých dat Svenssonovou funkcí bylo spíše ilustrativním úvodem do problematiky. V reálu totiž oceňovatelé užívající státní dluhopisy nemají k dispozici již připravené spotové míry[12], ale pouze údaje o dluhopisech v následující struktuře:

- cena dluhopisu (obvykle čistá, tedy po odečtení alikvótního úrokového výnosu),
- kupónová sazba,
- datum splatnosti,
- frekvence výplaty kupónu.

Tyto informace postačují k vytvoření výplatního kalendáře pro všechny dluhopisy. Je třeba říci, že ne vždy jsou potřebné údaje k dispozici v dané struktuře vždy a jednoduše, jak se lze přesvědčit na Obr. 2.

Abychom převedli údaje o kupónových dluhopisech na spotové míry, nabízí se bootstrapping – rozparcelování dluhopisů do jednotlivých plateb. Podmínka bootstrappingu, aby ke každému okamžiku, kdy z některého dluhopisu je vyplácen kupón, existoval dluhopis, který je v daném okamžiku splacen, takřka vždy nebude splněna. To je i případ dat o českých státních dluhopisech z 19.7.2014 (Obr. 2). Důsledkem toho bootstraping povede k soustavě 17 rovnic (máme 17 dluhopisů s fixním úročením) s výrazně vyšším počtem neznámých (spotové míry pro každý z termínů výplat kuponů).

To lze demonstrovat na následujícím příkladu. Pro úsporu místa použijeme pouze první 3 dluhopisy s fixním úročením z Obr. 2. Jmenovitá hodnota každého z nich je 10 000 Kč. Předpokládejme, že den ocenění je 19.7.2014.

[10] Např. proložení z Obr. 1 je bez transformace.

[11] Například v programu MATLAB reportuje zabudovaná procedura *IRFunctionCurve.FitSvensson* spotové míry ve spojitém úročení; je tedy nutné je převést zpět na standardní roční úročení, nebo používat spojité úročení i při diskontování výnosových toků.

[12] Opět zdůrazněme, že pokud by dluhopisy byly bezkupónové, jejich výnos do splatnosti by byl identický spotovým mírám pro danou splatnost. Bohužel se ale státní bezkupónové dluhopisy s delší splatností takřka nevyskytují.

Obr. 2: Příklad tabulky kótací českých státních dluhopisů (19.7.2014)

Název		Cena		Y-T-M		Mod.	AUV(ks)
	Měna	Nákup	Prodej	Nákup	Prodej	Durace	
ST. DLUHOP. 3,80/15	CZK	102,600	102,700	0,139	0,003	0,711	109,78
ST. DLUHOP. 3,40/15	CZK	103,600	103,800	0,123	-0,053	1,068	306,00
ST. DLUHOP. VAR/15	EUR	101,000	102,000	0,521	-0,292	0,203	4,31
ST. DLUHOP. 6,95/16	CZK	110,100	110,400	0,210	0,027	1,442	345,57
ST. DLUHOP. 0,50/16	CZK	100,400	100,700	0,300	0,151	2,003	-0,42
ST. DLUHOP. VAR/16	CZK	100,350	100,750	0,269	0,094	0,261	10,88
ST. DLUHOP. 4,00/17	CZK	109,950	110,350	0,308	0,170	2,604	115,56
ST. DLUHOP. VAR/17	CZK	103,250	103,650	0,198	0,069	0,506	0,71
ST. DLUHOP. 0,85/18	CZK	101,350	101,750	0,475	0,366	3,594	30,27
ST. DLUHOP. 4,60/18	CZK	116,600	117,200	0,467	0,332	3,829	-29,39
ST. DLUHOP. 5,00/19	CZK	120,500	121,100	0,576	0,462	4,306	144,44
ST. DLUHOP. 1,50/19	CZK	104,250	104,850	0,675	0,562	5,050	110,83
ST. DLUHOP. 3,75/20	CZK	117,100	117,700	0,873	0,782	5,487	326,04
ST. DLUHOP. VAR/20	CZK	98,800	99,400	0,308	0,213	0,381	1,53
ST. DLUHOP. 3,85/21	CZK	119,200	119,800	1,058	0,979	6,318	316,56
ST. DLUHOP. 4,70/22	CZK	126,450	127,050	1,257	1,189	6,875	408,64
ST. DLUHOP. VAR/23	CZK	106,500	107,100	0,423	0,357	0,742	32,67
ST. DLUHOP. 5,70/24	CZK	138,600	139,200	1,457	1,404	8,087	95,00
ST. DLUHOP. 2,40/25	CZK	106,950	107,550	1,708	1,651	9,898	85,48
ST. DLUHOP. VAR/27	CZK	98,250	98,850	0,454	0,408	0,325	6,33
ST. DLUHOP. 2,50/28	CZK	104,300	104,900	2,143	2,094	11,839	229,17
ST. DLUHOP. 4,20/36	CZK	122,750	124,750	2,814	2,709	15,411	269,50
ST. DLUHOP. 4,85/57	CZK	127,000	131,000	3,608	3,458	20,964	321,99

Zdroj: Patria (2014a)

Poznámka: *Cena dluhopisu* je v procentech z nominální hodnoty po odečtení alikvótního úrokového výnosu (AÚV). *Kupónová sazba* je uvedena ve sloupci Název před lomítkem (v procentech), je-li uvedeno *VAR*, jedná se o proměnlivé úročení a tyto dluhopisy dále nepoužíváme, stejně jako eurové dluhopisy. *Rok splatnosti* je uveden ve sloupci Název po lomítku, den splatnosti uveden až po prokliku. *Frekvence výplaty* je u všech dluhopisů s výjimkou proměnlivě úročených jednou ročně, informace rovněž uvedena až v prokliku.

Tab. 3: Údaje o vybraných dluhopisech pro bootstrapping

	Cena včetně AÚV (Kč)[13]	**Kupónová platba (Kč)**[14]	**Datum výplat kupónů před splatností (roky)**	**Datum splatnosti (roky)**
ST. DLUHOP. 3,80/15	10 367,6	380	-	11.4.2015 (0,73)
ST. DLUHOP. 3,40/15	10 669,2	340	1.9.2014 (0,12)	1.9.2015 (1,12)
ST. DLUHOP. 6,95/16	11 358,6	695	26.1.2015 (0,52)	26.1.2016 (1,52)

Zdroj dat: Patria (2014a).

[13] Vypočtena jako nominální hodnota krát průměr z ceny nákup a prodej (ceny v Obr. 2 jsou uvedeny v procentech z nominále) a k výsledku je připočten alikvótní úrokový výnos (tj. velikost kupónu vynásobená poměrem uplynulého času od poslední výplaty kupónu vůči celému období mezi výplatami kupónu).

[14] Vypočtena jako nominální hodnota vynásobená kupónovou sazbou – číslem před lomítkem v prvním sloupci Obr. 2 (údaj je v procentech).

Bootstrapping povede k následujícím rovnicím (vizte Mařík et al., 2011, s. 291-295):

$$10367{,}6 = \frac{380 + 10000}{\left[1 + S(0{,}73)\right]^{0{,}73}}, \tag{4}$$

$$10669{,}2 = \frac{340}{\left[1 + S(0{,}12)\right]^{0{,}12}} + \frac{340 + 10000}{\left[1 + S(1{,}12)\right]^{1{,}12}}, \tag{5}$$

$$11358{,}6 = \frac{695}{\left[1 + S(0{,}52)\right]^{0{,}52}} + \frac{695 + 10000}{\left[1 + S(1{,}52)\right]^{1{,}52}}, \tag{6}$$

kde neznámými jsou spotové míry $S(0{,}12)$, $S(0{,}52)$, $S(0{,}73)$, $S(1{,}12)$, $S(1{,}52)$. Z této soustavy lze vypočítat pouze $S(0{,}73)$, na 4 další proměnné máme pouze 2 zbývající rovnice. Tím pádem soustava nemá pro tyto spotové míry jednoznačné řešení. Protože pro každý termín výplat kupónu neexistuje dluhopis, který v daném momentu terminuje, nejsme schopni získat spotovou míru z instrumentů, kterým zbývá do splatnosti více než 1 kupón. Přidání dalších dluhopisů z Obr. 2 problém nevyřeší: měli bychom sice více rovnic, ale rovněž více okamžiků výplat kupónů, tedy více neznámých.

Jak z problému ven? Nabízí se možnost vyjít z předpokladu, že spotové míry $S(m)$ nejsou izolované body, ale leží na **určitým způsobem charakterizované obecné křivce**. Tento předpoklad umožní převést úlohu z hledání řešení soustavy rovnic na hledání optimálních hodnot parametrů obecné křivky, což je problém, se kterým si statistické metody dokáží poradit.

Jako zmíněnou obecnou křivku můžeme volit ledacos, například lineární funkci nebo polynom. Jako v minulé kapitole ovšem zvolíme Svenssonovu funkci [2].

Způsob výpočtu ovšem není zdaleka jednoduchý. Sestává ze dvou propojených kroků: odhadování Svenssonových parametrů a testování, jak z nich vyplývající spotové míry odpovídají známým cenám a výnosům obchodovaných dluhopisů. Konkrétní postup podle Schich (1997) používaný Deutsche Bundesbank je následující[15]. Snažíme se minimalizovat rozdíly mezi pozorovanými výnosy a předpovězenými výnosy[16] dluhopisů, tj. výraz [7]

$$\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 , \tag{7}$$

kde i je označení dluhopisu (z celkových n, které máme k dispozici). y_i je jeho *skutečný* výnos do doby splatnosti, tedy číslo, které je řešením rovnice [8]

$$P_i = \frac{c_i \cdot N_i}{\left(1 + y_i\right)^{t_{i,1}}} + \frac{c_i \cdot N_i}{\left(1 + y_i\right)^{t_{i,2}}} + \ldots + \frac{c_i \cdot N_i + N_i}{\left(1 + y_i\right)^{t_{i,k_i}}}, \tag{8}$$

[15] Nejedná se ovšem o jediný možný způsob odhadování; vizte Svensson (1994) a Hladíková – Radová (2012).
[16] Schich (1997) doporučuje tento postup oproti postupu, který minimalizuje rozdíly tržních a ze spotových měr vyplývajících cen dluhopisů (tj. rozdíly mezi tržní cenou P_i a výrazem na pravé straně rovnice [9]).

kde P_i je tržní cena dluhopisu (včetně alikvótního úrokového výnosu), N_i jeho hodnota, c_i kupónová sazba a t časová vzdálenost okamžiků výplat kupónů ode dneška. y_i jsou známa pro všechny obchodované dluhopisy[17].

Oproti tomu $\hat{y}_i$ je *modelem odhadnutý* výnos do doby splatnosti i-tého dluhopisu. Odhad je takové číslo $\hat{y}_i$, které řeší rovnici

$$\begin{aligned}&\frac{c_i \cdot N_i}{(1+\hat{y}_i)^{t_{i,1}}} + \frac{c_i \cdot N_i}{(1+\hat{y}_i)^{t_{i,2}}} + \ldots + \frac{c_i \cdot N_i + N_i}{(1+\hat{y}_i)^{t_{i,k_i}}} = \\ &= \frac{c_i \cdot N_i}{\left(1+\widetilde{S}(t_{i,1})\right)^{t_{i,1}}} + \frac{c_i \cdot N_i}{\left(1+\widetilde{S}(t_{i,2})\right)^{t_{i,2}}} + \ldots + \frac{c_i \cdot N_i + N_i}{\left(1+\widetilde{S}(t_{i,k})\right)^{t_{i,k_i}}}\end{aligned} \qquad [9]$$

kde každé $\widetilde{S}(t_{i,l})$, které představuje spotovou míru se splatností příslušného kupónu $t_{i,l}$, odpovídá předpisu Svenssonovy funkce podle rovnice [2]. 6 parametrů rovnice [2] je přitom jedinými neznámými celého výpočtu.

Poté, co je těchto 6 parametrů (tj. $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ a τ_1, τ_2) nastaveno tak, že mezi jejich všemi možnými hodnotami minimalizují výraz [7], získáme předpis pro spotovou míru pro libovolný horizont. Tím máme hotovo: do předpisu můžeme dosadit libovolný splatnostní horizont, který v oceňování potřebujeme a obdržíme příslušnou bezrizikovou míru.[18]

Máme-li 6 a více tržně obchodovaných dluhopisů, uvedený postup funguje vždy. Netřeba ale dodávat, že výpočetní postup je mimořádně složitý a nelze jej provádět bez pokročilého programového vybavení.[19] To je dle mého názoru největší překážkou širšího rozšíření Svenssonova postupu v oceňování.

Závěrem opět uveďme, že se vstupní data běžně transformují na spojité úročení a výstupní data zpět na roční úročení, jak bylo zmíněno v kapitole 2.1.

2.2 Prokládání funkcí a tržní ocenění

Poté, co jsme představili fungování svenssonovského prokládání, je vhodné diskutovat, zda je podobný metodologický postup slučitelný s tržním oceněním. Tržní ocenění totiž předpokládá, že budou co nejvíce používána data pocházející přímo z trhu bez vnášení subjektivního názoru oceňovatele. Cílem tržního ocenění je posoudit, jak by se na oceňovaný instrument díval trh, byl-li by tržně obchodován, a nikoli říkat trhu, jak má na samotné tržně obchodované instrumenty nahlížet. [20] Otázka, jak se zachovat v momentu, kdy jsou tržní

[17] Výnosy do doby splatnosti jsou velmi často explicitně uváděny v kurzovních lístcích, jak se lze přesvědčit ze sloupce Y-T-M v Obr. 2.

[18] V kapitole 2.1 jsme v 1. kroku získali z tržních dat spotové míry pro vybrané horizonty (byť tuto část za nás již udělal někdo jiný) a ve 2. kroku jsme tyto spotové míry proložili, abychom získali spotové míry pro obecný horizont. V kapitole 2.2 máme celý výpočet proveden v jednom kroku.

[19] Například v programu MATLAB existuje předdefinovaná procedura (*IRFunctionCurve.FitSvensson*), do které se dosadí současný okamžik, tržní kurzy obchodovaných dluhopisů, jejich data splatnosti, kupónové sazby a frekvence výplat a procedura přinese 6 odhadovaných Svenssonových parametrů.

[20] Požadavek se v anglickém názvosloví nazývá požadavkem *tržní neutrality*. Například, oceňujeme-li zlaté hodinky a podobné se na trhu prodávají za 20 000, jejich tržní cena je 20 000 bez ohledu na to, zda si myslíme, že trh se zlatými hodinkami je v současné době nadhodnocený či podhodnocený. Otázkou ovšem je,

sazby nepřiměřené ve vztahu k ekonomickým fundamentům, je velmi relevantní v současné době, charakterizované z dlouhodobého pohledu možná až neudržitelně nízkými úrokovými sazbami. Diskuze této otázky přesahuje náplň článku a nemusí vést k jednoznačným závěrům ohledně toho, za jakých podmínek je vhodné se od tržních dat odchýlit. Proto zde od tohoto aspektu odhlédneme a budeme diskutovat Svenssonův přístup pohledem výše zmíněné striktní definice tržního ocenění.

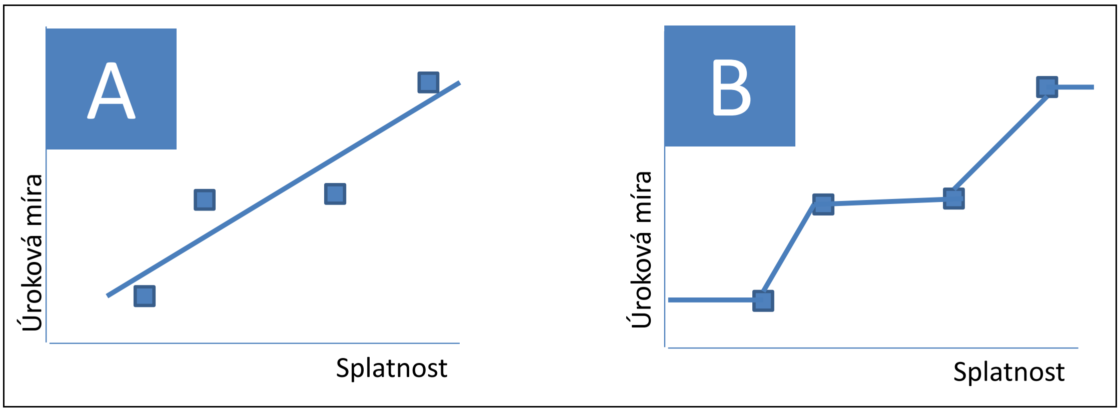
Striktně vzato, postup prokládání funkce nevyužívá tržní data v maximální možné míře. V kapitole 2.1 bylo ukázáno, že Svenssonova funkce pozorovanými spotovými měrami neprochází. V kapitole 2.2 bylo cílem minimalizovat rozdíl mezi skutečným výnosem do splatnosti dluhopisů a výnosem do splatnosti dluhopisů v případě používání výsledných spotových měr (výraz [7]). Minimalizace ovšem neznamená nulovost a odchylky budou nutně nastávat.

Názorně ukázáno v Obr. 3, existují koncepčně 2 způsoby tvorby výnosových křivek, a sice

- **Metoda založená na proložení dat** (panel A Obr. 3) ve smyslu například regresní analýzy), kdy předpokládáme, že každé pozorování je zatíženo náhodnou chybou, tudíž proložením dostaneme „správné“ hodnoty.

- **Metoda založená na spojování** (interpolování, panel B Obr. 3) dat, kdy získané datové body bereme jako správné, a cílem je odhadnout hodnoty „v mezidobí“ či před prvním a za posledním časovým pozorováním. Nejjednodušším způsobem je pak spojení sousedících bodů lineární křivkou; lze ovšem přijít i s důmyslnějšími spojnicemi.[21]

Obr. 3: Rozdíl mezi proložením a spojováním dat



Zdroj: Autor

Jako zcela konformní s tržním oceněním lze dle mého názoru považovat pouze přístup u panelu B. Přístup z panelu A filozoficky tenduje spíše k hledání vnitřní hodnoty („intrinsic value“), kdy je snaha eliminovat z ocenění přechodné vlivy a získat „správnou“ hodnotu, ke které bude tržní hodnota směrovat ve střednědobém horizontu (ASA 2009, s. 29). Rozdíl mezi

co dělat v okamžiku, kdy tržní ocenění povede ke *zcela zjevně* pochybné hodnotě, např. v situaci cenové bubliny. Požadavek držet se za každých okolností tržních cen tak může být mnohými vnímán jako extrémní.

[21] V angličině se tento přístup nazývá „arbitrage-free“, tedy vylučujícím arbitráž na základě diskrepance mezi tržními a modelem predikovanými hodnotami (Dobiáš 2008).

„vnitřní hodnotou“ a „tržní hodnotou“ přitom nemusí být malý, navíc představy různých analytiků ohledně správné „vnitřní hodnoty“ se mohou diametrálně lišit.

Svenssonovské prokládání je jasně příkladem prokládání dat z panelu A[22]. Postupy z minulé kapitoly se tak striktně řečeno hodí spíše pro výpočet vnitřní hodnoty. To deklaruje i Schich (1997, s. 3), který tvrdí, že „výsledky [svenssonovského] odhadu úrokových měr jsou relativně nezávislé na jednotlivých pozorováních.“

Přes tento filozofický nesoulad lze doporučit postup i pro tržní ocenění, pokud se ukáže, že rozdíly mezi skutečností a Svenssonovým proložením jsou poměrně nevýznamné.[23] To bude předmětem zkoumání v kapitole 5.

Pokud by se ukázalo, že Svenssonova funkce není při prokládání příliš úspěšná, stálo by za to se poohlédnout po jiné odhadní funkci, než je rovnice [2]. Svensson totiž není zdaleka jediným možným způsobem prokládání křivek a lze přijít i s přístupem fungujícím na principu interpolace (tj. panel B Obr. 3).[24]

3 Přejímání německých dat

Jak bylo ukázáno, provedení výpočtů pro Svenssonovo proložení není jednoduché. V Německu mají ovšem oceňovatelé situaci ulehčenou. Německá centrální banka (Deutsche Bundesbank) totiž denně odhaduje výnosovou křivku spočtenou z německých státních dluhopisů postupem z části 2.2 a výsledky dává k dispozici jak v podobě výsledných spotových měr (Deutsche Bundesbank 2014a), tak ve formě Svenssonových parametrů (Deutsche Bundesbank 2014b). Pro německého oceňovatele je tím pádem používání metody pro výpočet spotových měr snadné.

Otázkou ovšem je, jak postupovat pro český trh, pro který takovýto „servis“ k dispozici není. Nejjednodušším se jeví převzít německé míry. Tuto cestu implicitně doporučuje Institut oceňování majetku VŠE[25], který sám publikuje forwardové míry pro nejčastější splatnosti, vypočtené na základě parametrů od Bundesbank. Přejímání německých dat může mít dvojí důvod.

- **Plánovité přejímání německé bezrizikové míry**, protože v CAPM modelu hodláme používat i další komponenty modelu (beta faktor a ekvitní prémii) z německého trhu.[26]
- **Náhradní postup**, kdy používáme německá data k bezrizikové míře proto, že pro český trh svenssonovské (ani jiné) spotové míry z dluhopisů neexistují.

[22] A od proložení např. lineární či polynomiální funkcí se liší pouze výrazně vyšší dokonalostí proložení, nikoli koncepčně.

[23] V takovém případě by dokonce šlo odchylky Svenssonova proložení od skutečnosti považovat za korekci náhodných vlivů nevyhnutelně spojených s technikou obchodováním dluhopisů, v důsledku kterého je tržní výnosová křivka poněkud kostrbatá, jak by bylo vidět po propojení bodů například v Obr. 4.

[24] Z tohoto důvodu doporučuji u převodu swapových sazeb na spotové míry, u nichž je situace podstatně jednodušší než u dluhopisů, nepoužívat Svenssonovo prokládání, ale používat postup uvedený v Dvořák (2014). Ten je (1) zcela slučitelný s tržním oceňováním, (2) výpočetně daleko jednodušší a (3) srozumitelnější.

[25] IOM VŠE (2013).

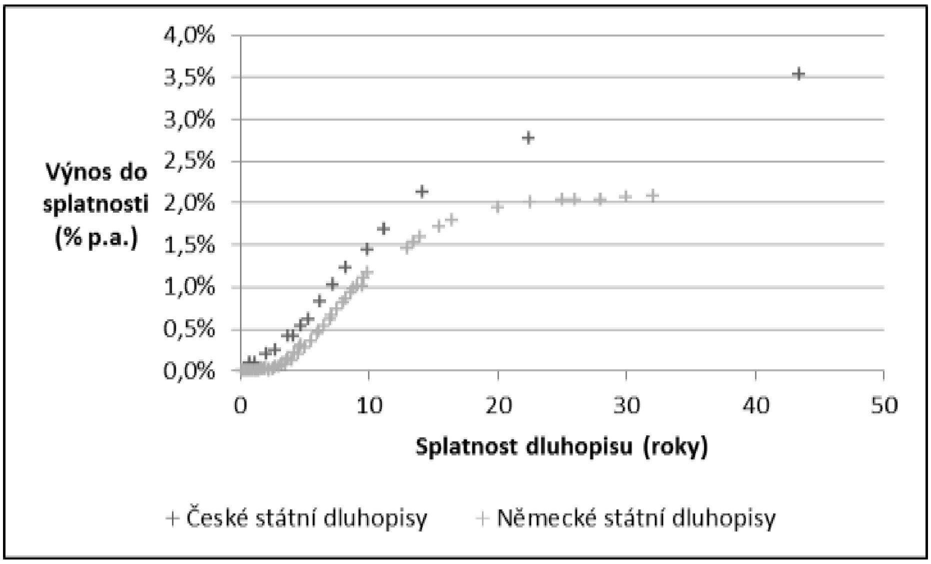
[26] Důvodem pro to může být nemožnost tyto komponenty brát s českého trhu, kde se obchoduje velmi omezený počet akciových titulů. Proto nelze smysluplně počítat beta faktor a prémii za tržní riziko (Dvořák, 2014a).

Posouzení přejímání zahraničních dat pro českou diskontní míru přesahuje záměr tohoto textu a necháme jej stranou.[27] Posoudíme ale smysluplnost náhradního postupu.

Již bylo řečeno a v kapitole 5 se dále ukáže, že výsledné spotové míry vzniklé Svenssonovým proložením jsou velmi silně odvislé od užitých zdrojových dat. Proto je užití modelu vyvinutého na německých datech pro český trh oprávněné pouze tedy, pokud se výnosové podmínky na českém a německém trhu příliš neliší. Tato podmínka bohužel v praxi není zdaleka splněna.

Například, srovnáme-li výnosy do splatnosti německých a českých státních dluhopisů pro 18.7.2014, výnosnost českých dluhopisů je pro všechny horizonty vyšší (Obr. 4).

Obr. 4: Srovnání výnosů do doby splatnosti českých a německých státních dluhopisů (18.7.2014)



Zdroj dat: Patria (2014a), Deutsche Bundesbank (2014).

Pokud údaje o těchto dluhopisech použijeme k odhadu spotových měr pomocí Svenssonovy funkce, získáme rovněž odlišné spotové míry, přičemž rozdíl mezi výnosovými měrami není zanedbatelný (Obr. 5).

Důvod pro tuto odlišnost je dvojí.

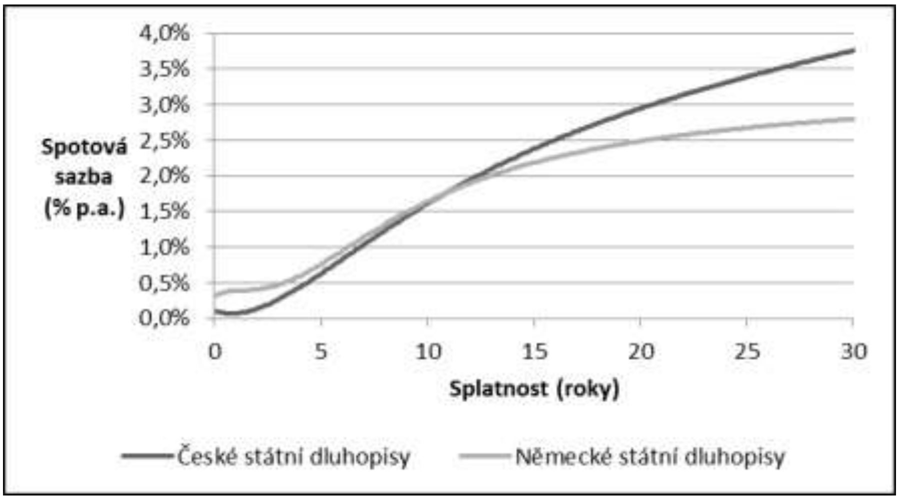
- Odlišná **vnímaná rizikovost vlád**. Měřeno hodnocením ratingových agentur (ČNB 2013, Standard&Poor's 2013), trhem vnímanou pravděpodobností nesplácení státních dluhopisů i cenou „pojištění se" proti tomuto riziku, vychází německé vládní dluhopisy jako výrazně bezpečnější investice (Obr. 6). Investoři do německých státních dluhopisů se proto spokojí s nižší výnosností než investoři do českých.

- Odlišná **očekávání o budoucích úrokových sazbách**. Protože v ČR a Německu se používá odlišná měna, mohou být očekávání o budoucích úrokových sazbách mírně odlišné: to souvisí např. s politikou centrálních bank, ale i dalšími faktory.

[27] Osobně se přikláním k použití lokální bezrizikové míry a přejímání pouze beta faktoru a korigované prémie za ekvitní riziko.

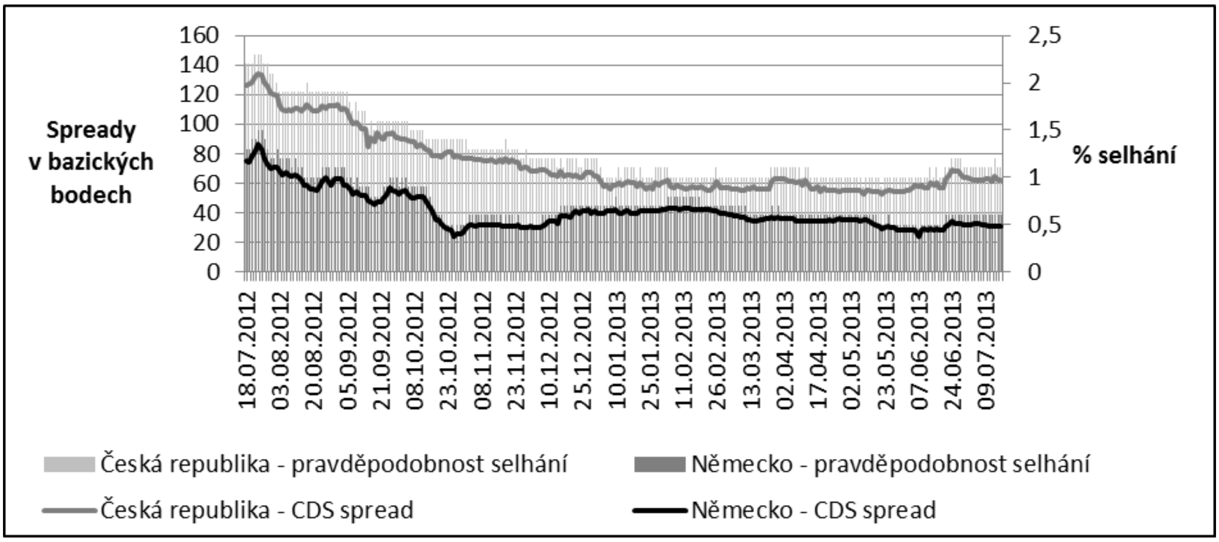
Porovnáme-li swapové sazby na koruny a eura (Tab. 4), ukazuje se, že obvykle nebývá očekáván shodný vývoj na obou trzích (swapová sazba totiž do určité míry reprezentuje odhad trhu o průměrné úrokové sazbě na mezibankovním trhu za dobu trvání kontraktu).[28]

Obr. 5: Srovnání spotových měr pro český a německý trh získaných pomocí Svenssonovy funkce (18.7.2014)



Zdroj dat: Patria (2014a), Deutsche Bundesbank (2014).

Obr. 6: CDS spready a z nich vyplývající pravděpodobnost úpadku české a německé vlády



Zdroj: Deutsche Bank (2013), data od Bloomberg.

Poznámka: CDS spread je procentní velikost jistiny, kterou musí subjekt platit, aby mu protistrana kompenzovala ztrátu v případě úpadku vlády. Vyšší spread znamená vyšší vnímané riziko úpadku. Pravděpodobnost selhání vypočtena z CDS spreadů za předpokladu 45% návratnosti v případě selhání.

[28] Swapové sazby jsou výrazně méně ovlivněny kreditním rizikem než dluhopisy, protože se v nich obchodují pouze úrokové platby a nikoli samotné nominále (Dvořák 2014, Kladívko 2010).

Tab. 4: Rozdíly mezi swapovými sazbami na CZK a na EUR v procentních bodech

Splatnost	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
28.02.2014	0,01	0,17	0,19	0,18	0,16	0,13	0,10	0,09	0,06	0,04	0,03	0,00	-0,01
11.04.2013	0,05	0,09	0,05	0,01	-0,06	-0,14	-0,19	-0,25	-0,29	-0,34	-0,39	-0,41	-0,42
12.09.2012	0,14	0,35	0,26	0,16	0,06	-0,01	-0,08	-0,12	-0,15	-0,17	-0,22	-0,26	-0,29
07.06.2011	-0,55	-0,28	-0,35	-0,34	-0,35	-0,43	-0,39	-0,40	-0,42	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38
01.06.2010	0,09	0,30	0,21	0,20	0,12	0,05	0,00	-0,04	-0,06	-0,06	-0,06	-0,11	-0,14
13.08.2009	0,71	0,73	0,61	0,65	0,54	0,45	0,35	0,25	0,23	0,21	0,17	0,20	0,10
30.06.2008	-0,86	-0,85	-0,75	-0,63	-0,52	-0,44	-0,38	-0,33	-0,30	-0,28	-0,22	-0,16	-0,12
24.08.2007	-1,08	-0,72	-0,59	-0,53	-0,48	-0,43	-0,38	-0,35	-0,30	-0,26	-0,23	-0,21	-0,16
08.03.2006	-0,74	-0,66	-0,52	-0,45	-0,40	-0,37	-0,34	-0,32	-0,29	-0,27	-0,23	-0,20	-0,17
13.06.2005	-0,43	-0,30	-0,21	-0,15	-0,12	-0,08	-0,08	-0,07	-0,05	-0,06	-0,06	-0,07	-0,08
05.01.2004	0,06	0,19	0,20	NA	NA	0,19	NA	0,19	NA	0,19	0,20	NA	0,18

Zdroj dat: Patria (2014).

Poznámka: Zvýrazněny jsou vyšší než 20% odchylky od českých swapových sazeb. Kladná čísla znamenají, že české swapové sazby jsou vyšší, tj. že se očekávají v budoucnu vyšší úrokové sazby na korunu než na euro. Konkrétní den v každém roce byl vybrán náhodně.

Ukazuje se tedy, že mezi českým a německým trhem existují nezanedbatelné rozdíly. Pokud přímo užijeme svenssonovské odhady z německého trhu jako aproximaci české bezrizikové míry, dopouštíme se koncepční, a v mnohých případech i kvantitativně nezanedbatelné, nepřesnosti[29].

Řešením může být kompenzace německých spotových měr o vyšší riziko české vlády. Jak ale rozdíl ve výnosech do doby splatnosti dluhopisů na Obr. 4 naznačuje, riziko není v rámci splatností konstantní a jeho kompenzace proto nebude triviální. Druhou možností je použití dat o českých dluhopisech.

Ve zbytku článku se podíváme na možnost užívat data z českého trhu. Data o českých státních dluhopisech jsou k dispozici například na Patria (2014a) či v systémech Bloomberg a Reuters.

4 Podmínky kladené na datovou základnu

Pokud chceme odhadnout Svenssonovu funkci na dluhopisových datech z českého trhu, stojí za to nejprve posoudit, jaké požadavky musí vstupní data splňovat, aby výsledek byl smysluplný. Obecně lze na datovou základnu klást 3 požadavky.

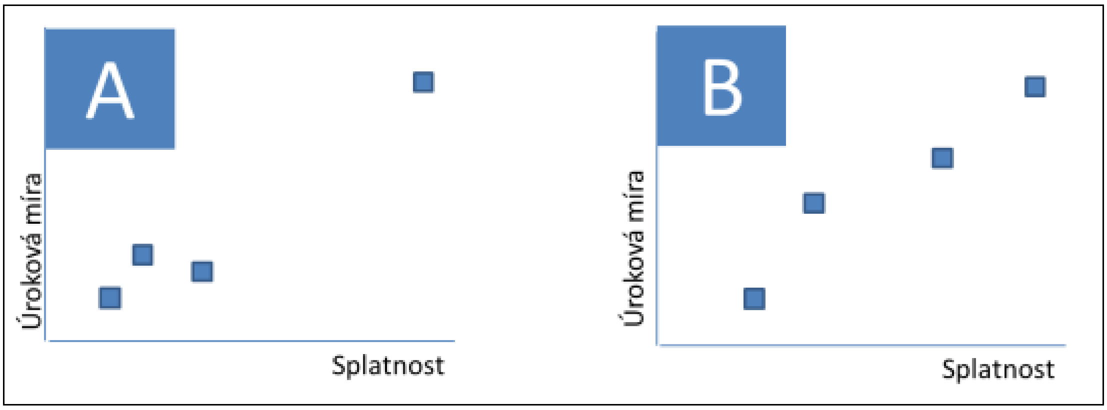
[29] Přesnou velikost způsobené chyby lze posoudit až se znalostí konkrétního okamžiku (dne) oceňování.

- **Počet dat.** Je potřeba alespoň 6 známých datových bodů (obchodovaných splatností dluhopisů), aby bylo vůbec možné metodu použít.[30] Vyšší počet dluhopisů je pochopitelně výhodnější než nižší.

- **Rozložení dat.** Je třeba, aby datové body (zbytkové splatnosti dluhopisů) ležely v rozumných rozestupech od sebe. V opačném případě je kvalita odhadu snížena relativním nedostatkem datových bodů na některém splatnostním horizontu. To je demonstrováno na Obr. 7: rozložení dat v panelu B je příhodnější než rozložení dat v panelu A, přičemž u státních dluhopisů se budeme spíše setkávat ze situací podobnou panelu A.

- **Kvalita dat.** Spolehlivost jednotlivých datových bodů je dána tím, že obchodované instrumenty jsou podloženy reálnými transakcemi (tj. že dluhopisový trh je likvidní). Lze se domnívat, že Svenssonovo prokládání může vyrovnáním dat částečně potlačit tyto nedokonalosti.[31] Nekvalita dat ale obecně snižuje přesnost odhadu a v případě značné nelikvidity se tržní data stávají imaginárními hodnotami.

Obr. 7: Příhodnější a méně příhodné rozložení datových bodů



Zdroj: Autor

Jak si v těchto ohledech vede český dluhopisový trh, zejména v porovnání s německým trhem, na kterém je Svenssonův postup schválen pro oceňovací účely?

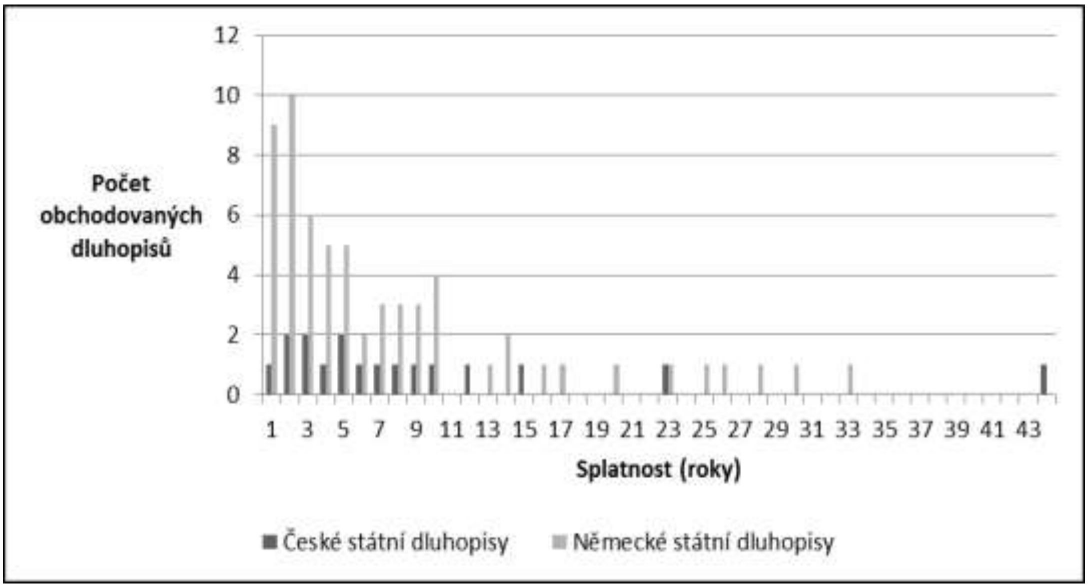
Počet a rozložení dat. Jak je ukázáno na Obr. 8, na trhu existuje výrazně vyšší počet německých státních dluhopisů než českých (62 oproti 17 po vyloučení indexovaných dluhopisů a dluhopisů s proměnlivým kupónem, které se oceňují odlišně).

Přesto však se českých dluhopisů se splatností do 10 let obchoduje dostatečný počet a jsou k dispozici i 4 dluhopisy se splatností nad 10 let. V porovnání s korunovými úrokovými swapy, které se běžně kótují pro 1, 2 až 10 let a dále 12, 15 a 20 let, vyznívá dluhopisová datová základna jako srovnatelně rozsáhlá a dostatečná k bezproblémovému používání metody.

[30] Protože potřebujeme odhadnout 6 Svenssonových parametrů.

[31] Doplňkové simulace na prostředí českého trhu (výsledky k dispozici od autora) ukázaly, že pro typické tvary výnosových křivek (lineárně rostoucí a S-křivka) přináší Svenssonovo proložení zlepšení přesnosti odhadu, jsou-li vstupní data spojena s určitými náhodnými nepřesnostmi (např. způsobenými právě nižší likviditou trhu). Pro méně typické složitější tvary jako například výnosová křivka s velkým hrbem či nepravidelné tvary výnosové křivky však Svenssonovo proložení nemusí znamenat zlepšení odhadu.

Obr. 8: Počet německých a českých státních dluhopisů obchodovaných k 18.7.2014



Zdroj dat: DBB (2014) a Patria (2014a).

Kvalita dat. Likviditu jednotlivých dluhopisových instrumentů nelze bez další analýzy posoudit. Můžeme se však domnívat, že vzhledem k poměrně dobré mezinárodní reputaci české vlády, stabilnímu makroekonomickému prostředí a vysokému objemu volných prostředků, které české banky potřebují bezpečně investovat, je o české vládní dluhopisy dostatečný zájem, což je projeví v odpovídající likviditě jejich trhu.[32]

Zdá se tedy, že český trh se státními dluhopisy dává prostor k použití Svenssonova postupu. V další kapitole tuto myšlenku dále rozvedeme, když budeme sledovat kvalitu Svenssonova prokládání v situaci podobné stávajícímu českému dluhopisovému trhu.

5 Kvalita proložení u českých dat

V této části provedeme jednoduchou kvantitativní analýzu Svenssonova prokládání. Zaměříme se na stabilitu Svenssonových parametrů v čase (kapitola 5.1) a schopnost prokládat skutečná tržní data o výnosnostech (kapitola 5.2).

Protože cílem bude zejména posoudit smysluplnost odhadování na datech pro český trh, vyjdeme z českých dat. Nejlepší by bylo použít data o dluhopisech; ty však, jak bylo ukázáno v kapitole 2, dokážeme převést na spotové míry pouze za pomoci Svenssonova (nebo jiného) vyrovnávání. Tím by se analýza dostala do bludného kruhu. Proto použijeme náhradní řešení – využijeme spotové míry získané z korunových swapů z datového souboru Dvořák (2014b)[33]. Abychom co nejlépe kopírovali zbytkovou splatnostní strukturu českých státních dluhopisů (Obr. 8), použijeme spotové míry pro 1, 2, 3 až 10 let a dále 12, 15 a 20 let,

[32] V této souvislosti lze uvést, že používáme-li výnos do splatnosti dlouhodobého státního dluhopisu jako bezrizikovou míru, rovněž spoléháme na dostatečnou likviditu daného instrumentu.
[33] Od září 2014 je datový soubor k dispozici na stránkách IOM VŠE (http://iom.vse.cz/odborna-cinnost/bezrizikova-vynosnost-z-urokovych-swapu/).

přičemž hodnotu pro 2, 3 a 5 let použijeme dvakrát[34]. Tato data proložíme Svenssonovou funkcí a změříme, jak přesné toto proložení je.[35]

5.1 Stabilita parametrů

Nejprve posoudíme, zda svenssonovské parametry v rovnici [2] mají tendenci být v čase stabilní, nebo i ve velmi krátkodobém horizontu fluktuují. K tomu byla spočtena průměrná mezidenní odchylka (v absolutní hodnotě) a variační koeficient (směrodatná odchylka dělená průměrem absolutních hodnot parametru) jak u denních odhadů vycházejících z korunových swapů, tak pro srovnání i u odhadů publikovaných Bundesbank pro rozvinutý německý trh. Mezidenní změnu parametrů si vynucuje v rozhodující míře vývoj tržních cen dluhopisů. Ty se ale mezi sousedními dny obvykle příliš silně nemění.[36]

Výsledky uvedené v Tab. 5 ukazují, že odhady jednotlivých parametrů se každodenně liší, a to mnohdy velmi výrazně. České parametry kolísají daleko více než německé, protože (1) menší počet dat na českém trhu znamená užší svázání parametrů s daty v každém dnu, (2) Bundesbank omezuje přípustné hodnoty parametrů a zřejmě i (3) parametry odhaduje propracovanějším způsobem. I německé parametry ovšem kolísají značně: např. průměrnou mezidenní změnu β_0 lze interpretovat tak, že dlouhodobá rovnovážná míra se mezidenně liší průměrně o 0,17 procentního bodu, což je z ekonomického pohledu nereálně mnoho.

Tab. 5: Stálost parametrů odhadu Svenssonova modelu pro česká a německá data

	β_0	β_1	β_2	β_3	τ_1	τ_2
Český trh						
Variační koeficient parametru	**0,940**	**3,859**	**2,930**	**3,048**	**0,876**	**0,643**
Průměrná absolutní mezidenní odchylka	13,261	101,278	207,248	139,288	6,746	5,219
Průměrná absolutní velikost parametru	19,569	76,401	151,924	120,123	9,624	9,981
Německý trh						
Variační koeficient parametru	**0,233**	**0,516**	**1,525**	**1,374**	**1,103**	**1,302**
Průměrná absolutní mezidenní odchylka	0,222	0,294	1,105	1,044	0,750	0,430
Průměrná absolutní velikost parametru	6,399	4,494	4,226	5,121	4,775	2,948

Zdroj dat: Deutsche Bundesbank (2014a), Dvořák (2014b).

Poznámka: Denní data za období 2.9.2004-18.7.2014 (český trh) a 7.1.2004 – 24.7.2014 (německý trh). Uvedené parametry při použití v rovnici [2] přinášejí výsledky v % p.a.

[34] Kvalitativní výsledky by se však nezměnily, pokud bychom všechna data použili pouze jednou.

[35] Složitějším přístupem by bylo nasimulovat teoretickou spotovou výnosovou křivku, na základě ní stanovit ceny dluhopisů se splatnostmi odpovídajícím tržně obchodovaným instrumentům a v dalším kroku posoudit soulad spotové křivky získané Svenssonovým proložením s teoretickou.

[36] Dále se mírně mění i doba do splatnosti jednotlivých výplat a v mezi některými dny dochází ke změně díky vydání nového dluhopisu či splacení kupónů/nominále některého z dluhopisů. To jsou ale v celkovém součtu velmi málo četné okamžiky.

Kolísavost parametrů je dána tvarem rovnice [2]. Ten v mnohých případech vede k tomu, že různé kombinace parametrů produkují podobně dobré proložení dat (Kladívko 2010, s. 316), čímž malá variace vstupních dat podstatným způsobem změní optimální hodnoty parametrů.[37] To ale naštěstí neznamená, že by stejně kolísavé byly i výsledky modelu, tj. spotové míry.

Parametry funkce tedy nelze vnímat jako dlouhodobě stabilní hodnoty. Proto není příliš vhodné používat funkci odvozenou pro jiný den, než pro den, na jehož datech byla odhadnuta. **Nutnost výsledky každodenně aktualizovat** není vzhledem ke komplikovanosti odhadovacího postupu dvakrát povzbudivá.

5.2 Kvalita proložení

Přestože odhady parametrů se v minulé kapitole ukázaly jako problematické, parametry jsou pouze technickou záležitostí. Jediné, na čem záleží, je, aby získané výnosové míry dobře kopírovaly tržní data, jinak by nebylo možné metodu propagovat k užití pro oceňovací účely. To bude prozkoumáno v této kapitole.

Použijeme spotové míry z korunových swapových sazeb z dat Dvořák (2014b) za posledních necelých 10 let. Vycházíme tím jednak ze skutečných tvarů české výnosové křivky, a dále dlouhodobostí souboru redukujeme vliv náhodnosti při výběru konkrétního dne, tj. výběru konkrétního tvaru výnosové křivky. Budeme zkoumat:

1. **celkovou kvalitu proložení**, tj. rozdíl (v absolutní hodnotě) mezi tržní spotovou mírou a Svenssonem implikovanou spotovou mírou pro horizonty, v nichž existuje tržní spotová míra,
2. zda **některé splatnostní horizonty** trpí obecně horší kvalitou proložení než jiné.

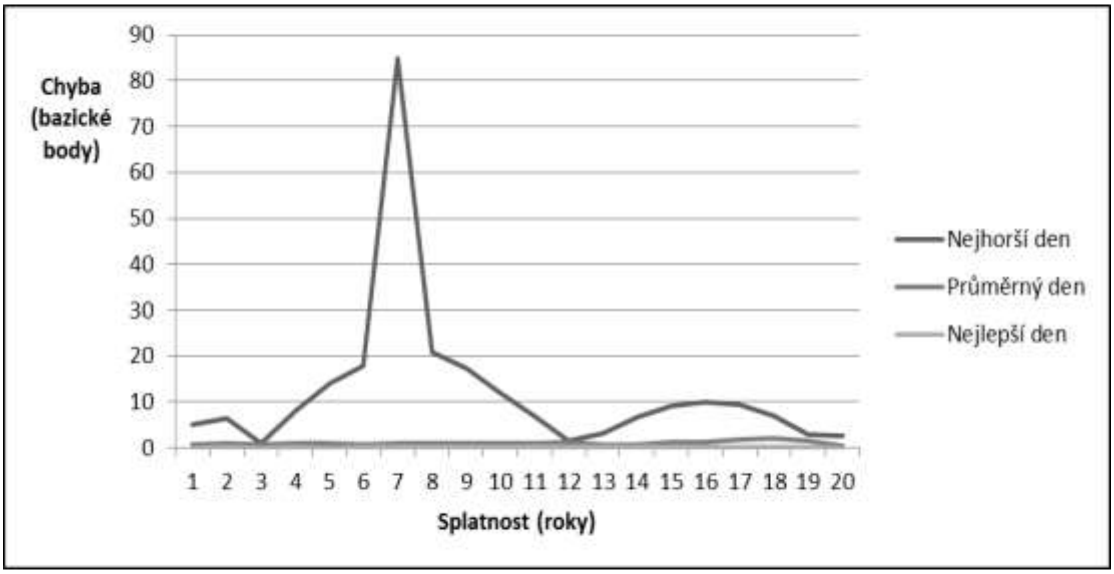
Celková kvalita proložení. Obr. 9 ukazuje velikost chyby vyrovnání pro nejlepší a nejhorší den. Nejhorší z 2577 pozorování má nejvyšší chybu 83 bazických bodů (tj. 0,83 procentního bodu)[38]. V nejlepším dni se chyby pohybují v řádu kolem desetiny bazického bodu. Průměrná hodnota je mezi těmito extrémy daleko blíže nejlepšího výsledku.

Velikost průměrné odchylky je v řádu jednotek bazických bodů a chyba vyšší než 4 bazické body je značně neobvyklá (Obr. 10). Můžeme proto konstatovat, že Svenssonova funkce vyrovnává česká výnosová data velmi obstojně.

[37] Nebo, ještě hůře, optimalizační procedura přináší různé hodnoty optimálních parametrů podle toho, od jakých úvodních hodnot parametrů vychází. Blíže Gilli – Grosse – Schumann (2010).

[38] Velká chyba nastalá „nejhoršího dne“ je zapříčiněna mimořádně významným jednoletým „zubem“ ve spotové výnosové křivce. Taková situace je na trhu zcela výjimečná.

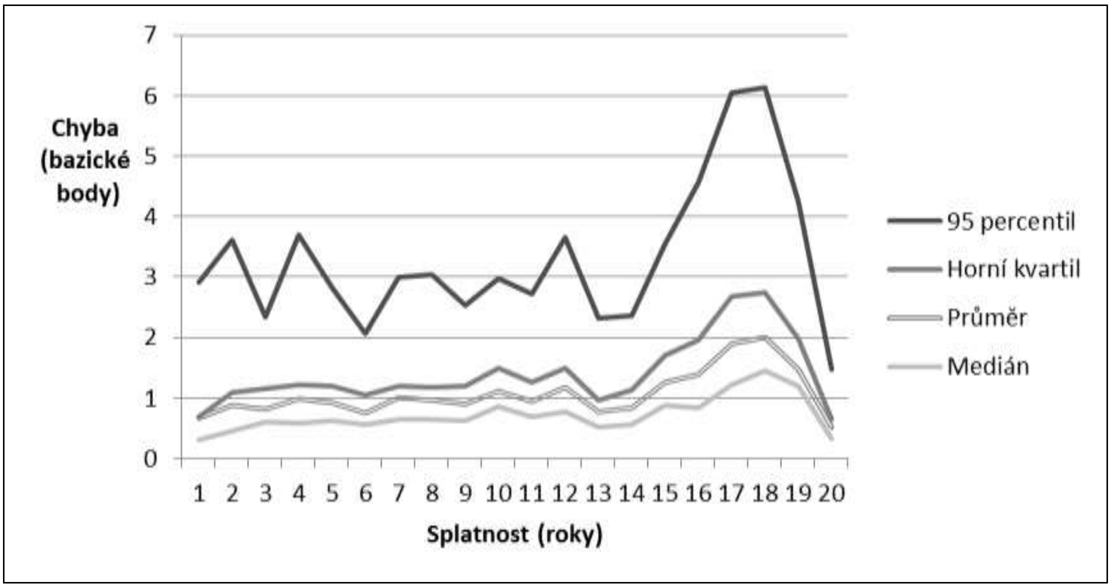
Obr. 9: Přesnost proložení pro nejhorší, průměrný a nejlepší den v souboru



Zdroj dat: Dvořák (2014b), data o swapových sazbách z Reuters. 2577 denních pozorování v období 2.9.2004-18.7.2014.

Poznámka: Parametry odhadnuty na spotových mírách pro splatnosti 1, 2, 3 až 10 let, dále 12, 15 a 20 let, přičemž pozorování pro 2, 3 a 5 let byly užity dvakrát, aby se zdrojová data přiblížila splatnostní situaci na českém dluhopisovém trhu. *Nejlepší den* (6.12.2005) a *nejhorší den* (7.6.2005) odkazují na součet čtverců mezi tržní a vyrovnanou hodnotou pro všechny výše popsané splatnosti. *Průměrný den* značí průměrnou absolutní odchylku pro každou splatnost.

Obr. 10: Ukazatele přesnosti proložení pro jednotlivé splatnosti

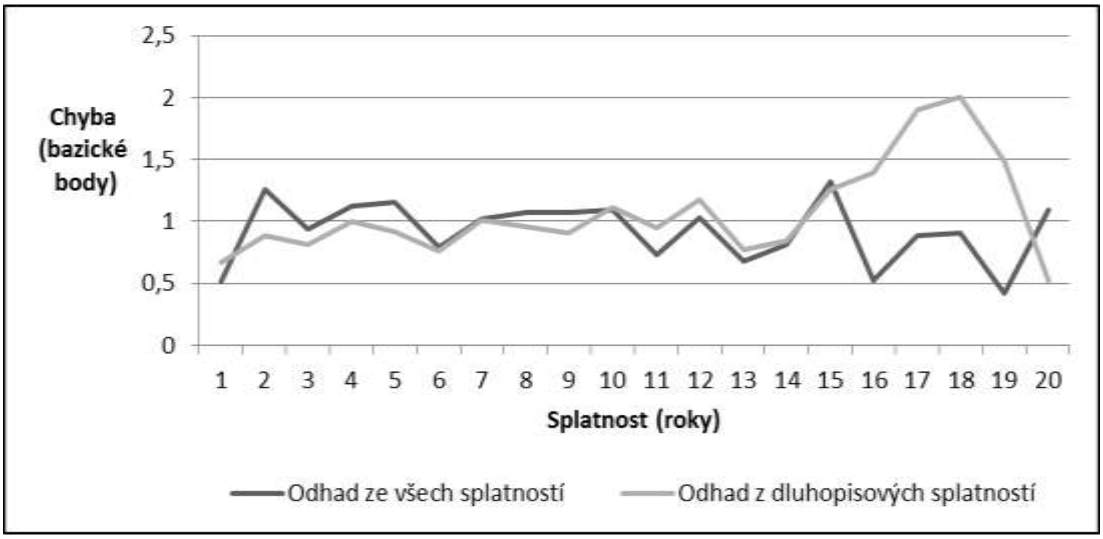


Zdroj dat: Dvořák (2014b), data o swapových sazbách z Reuters. 2577 denních pozorování v období 2.9.2004-18.7.2014.

Poznámka: Parametry odhadnuty na spotových mírách pro splatnosti 1, 2, 3 až 10 let, dále 12, 15 a 20 let, přičemž pozorování pro 2, 3 a 5 let byly užity dvakrát, aby se zdrojová data přiblížila splatnostní situaci na českém dluhopisovém trhu.

Kvalita proložení na různých splatnostních horizontech. Z Obr. 10 je patrné, že nejhorší vyrovnávání nastává pro horizonty nad 10 let. To je zapříčiněno zejména tím, že ve vstupních datech (a ostatně i na dluhopisovém trhu) máme pro odhad pouze 3 splatnosti, díky čemuž (1) se Svenssonova funkce nemůže adaptovat k chybějícím datům a (2) kvůli menšímu počtu bodů není odchylka na tomto segmentu penalizována tak silně.[39] Pokud bychom měli data rozložená vhodněji – například znali spotovou míru pro všechny celé roky až do dvacátého (srov. Obr. 7)[40], vyrovnávání na horizontu nad 10 let by bylo srovnatelné s ostatními horizonty (Obr. 11).

Obr. 11: Vliv chybějících splatností na přesnost proložení



Zdroj dat: Dvořák (2014b), data o swapových sazbách z Reuters. 2577 denních pozorování v období 2.9.2004-18.7.2014.

Poznámka: *Odhad ze všech splatností* používá pozorování spotových měr pro 1, 2 až 20 let. *Odhad z dluhopisových splatností* používá pozorování spotových měr pro splatnosti 1, 2, 3 až 10 let, dále 12, 15 a 20 let, přičemž pozorování pro 2, 3 a 5 let byly užity dvakrát, aby se zdrojová data přiblížila splatnostní situaci na českém dluhopisovém trhu.

Lze říci, že (1) s výjimkou horizontu nad 10 let nepozorujeme významné rozdíly v kvalitě proložení podle splatností, (2) proložení nejdelšího konce (tj. 20 let) je vynikající[41] a (3) i pro nejméně dobrý horizont kolem 15 let není chyba vzniklá použitím Svenssonovy funkce nijak dramatická – stále se pohybujeme kolem cca 2 bazických bodů.

[39] Do výrazu [3], který Svenssonovy parametry minimalizují, přispívá proložení horizontů nad 10 let pouze třemi členy: pro 12, 15 a 20 let, kdežto proložení horizontů do 10 let třinácti členy.
[40] Zde využíváme faktu, že z dat Dvořák (2014b) známe spotové míry pro všechny splatnosti.
[41] To je příjemným překvapením. Ve statistice je totiž známým faktem, že regresní proložení bývá nejdokonalejší ve středu pole a krajní hodnoty jsou odhadovány méně přesně (Hindls et al 2007, s. 228, Greene 2012, s. 121).

5.3 Svenssonova funkce v období za nejdelší splatností[42]

Posledním problémem, který zde prozkoumáme, bude chování Svenssonovy funkce za horizontem nejdelší splatnosti, kterou jsme použili ve vývoji modelu. Do rovnice [2] totiž lze dosahovat splatnosti libovolně dlouhé; otázkou je, zda je takový postup nejen možný, ale i vhodný.

Schich (1997, s. 3) a Tab. 1 ukazuje, že dlouhodobé míry ve Svenssonově funkci konvergují k hodnotě β_0. Nabízí se možnost ji považovat za odhad velmi dlouhodobé rovnovážné míry. Tato interpretace je však extrémně nedoporučeníhodná, a to z 5 důvodů.

- Svenssonova funkce je optimalizována výhradně na základě existujících bodů (srov. výraz [3] nebo [7]) a chování funkce **za horizontem posledního bodu není ničím korigováno**.
- **Konvergence** je **mimořádně pomalá**: může trvat desítky let, než se hodnota funkce přiblíží hodnotě β_0 a velikost měr se v tomto průběhu může i zněkolikanásobit.
- Parametr β_0 může nabývat hodnot, které jsou coby dlouhodobá rovnovážná hodnota **ekonomicky zcela nesmyslné** (vizte záporné nebo vysoké kladné hodnoty v Obr. 12).
- Odhad parametru **velmi fluktuuje** i v krátkém období (Obr. 12), což by nemělo být vlastností rovnovážného stavu.
- Jak již bylo řečeno, **techniky pro odhad parametrů** nejsou dokonalé a různé kombinace parametrů mohou dát stejně dobré proložení bodů (Kladívko 2010, Gilli – Grosse – Schumann 2010). To nehraje velkou roli při prokládání uvnitř souboru. Plně se to však projeví, pokud nás zajímá konkrétní hodnota parametru β_0.

Některé z těchto námitek by technicky bylo možné překonat nastavením různých omezení na hodnotu parametru β_0 (např. aby byl kladný, což je omezení, které používá Bundesbank, ale šlo by jít ještě dále a kupříkladu stanovit $\beta_0 = 4\%$ na základě historických průměrů[43]). Tím dojde k určité stabilizaci parametru. Daní za to ovšem je horší prokládání dat uvnitř souboru a zejména možný koncepční nesoulad s tržním oceněním (kap. 2.3), protože volba hodnot dlouhodobé rovnováhy je poměrně subjektivní záležitostí.

Proto nelze doporučit dosazování (výrazně) delších splatností, než je nejdelší splatnost užitá při výstavbě modelu, v čem se shodujeme s Maříková – Mařík (2012, s. 68). Pro stanovení spotové míry pro delší horizonty (S_T) je zřejmě nejvhodnější vyjít z roční termínové míry pro poslední rok, tj. pokud máme poslední datový bod 20 let od současnosti, pak pro vzdálenější roky použít výraz

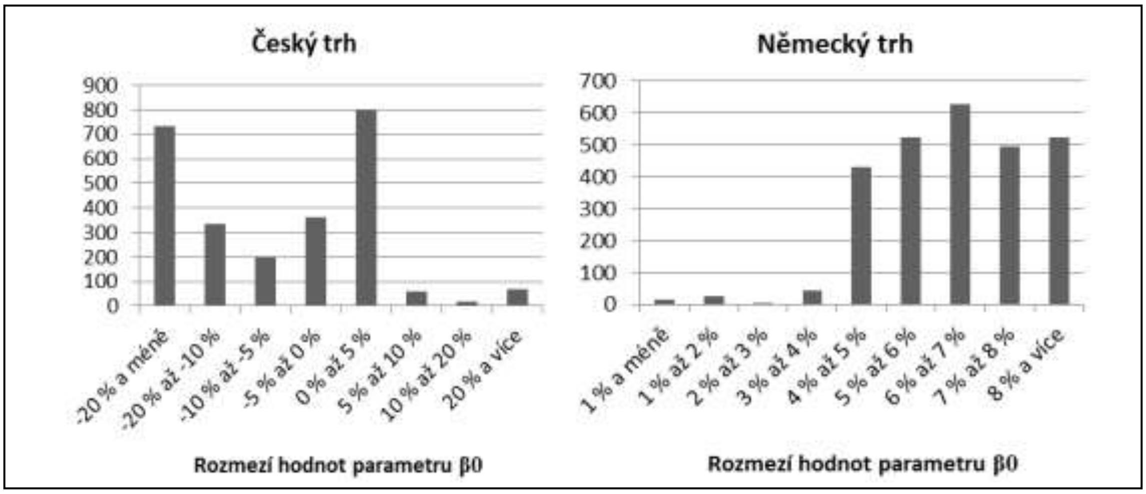
[42] Chování na dlouhém konci výnosové křivky je důležité skrze nutnost stanovit bezrizikovou míru pro výpočet pokračující (či exitové) hodnoty, která obvykle tvoří podstatnou část celkové hodnoty podniku. Naopak bezrizikové míry s ultrakrátkou splatností nejsou pro oceňování podniků příliš relevantní. Proto zde kvůli úspoře místa nebudeme studovat chování Svenssonovy funkce pro horizonty *kratší* než je nejkratší splatnost vstupních dat. Lze však konstatovat, že použití Svenssona pro tento horizont nelze příliš doporučit.

[43] Na druhou stranu toto může být řešením v situaci, kdy na trhu panují extrémně nízké (či naopak extrémně vysoké) úrokové sazby i pro nejdelší obchodované splatnosti a oceňovatel chce zdůraznit, že ve velmi dlouhém období se sazby musí navrátit k „normálním“ hodnotám.

$$S_T = \sqrt[T]{\left(1+\tilde{S}(20)\right)^{20} \cdot \left[\frac{\left(1+\tilde{S}(20)\right)^{20}}{\left(1+\tilde{S}(19)\right)^{19}}\right]^{T-20}} - 1, \qquad [10]$$

kde $\tilde{S}(19)$ a $\tilde{S}(20)$ jsou Svenssonovy odhady 19 a 20 leté spotové míry a $T > 20$. Na českém trhu ovšem existuje státní dluhopis s momentálně více než 30 letou splatností, tudíž tento problém není příliš palčivý.

Obr. 12: Počty denních pozorování s příslušnými hodnotami dlouhodobé úrokové míry Svenssonovy funkce



Zdroj dat: Deutsche Bundesbank (2014a), Dvořák (2014b). Denní data za období 2.9.2004-18.7.2014 (český trh) a 7.1.2004 – 24.7.2014 (německý trh).

6 Závěr

Svenssonova funkce je koncept, který umožňuje vhodně prokládat datové body. Přestože může být použit pro libovolné veličiny, hodí se zejména pro konstrukci spotových výnosových křivek vycházejících ze státních dluhopisů. Toho lze využít při stanovení bezrizikových měr v oceňování.

Svenssonova funkce nebo některá z jeho alternativ jsou nutnou podmínkou užívání bezrizikové míry ze státních dluhopisů, chceme-li mít bezrizikové míry diferencované podle splatnosti, což nejpokročilejší přístupy k diskontní míře požadují.

Postup založený na Svenssonově funkci, nazývaný jako Svenssonova metoda, je popularizován pro svou uživatelskou jednoduchost a schopnost přinést bezrizikové míry pro celé kontinuum splatností. Uživatelská jednoduchost je však získána za cenu charakteru „černé skříňky“, tedy že oceňovatelé užívají již odhadnuté výsledné míry (tj. z Deutsche Bundesbank 2014a nebo IOM 2013) nebo již odhadnuté hodnoty parametrů. Takový přístup si vyžádala extrémní výpočetní složitost modelu, pro kterou nelze požadovat, aby si model každý oceňovatel implementoval sám. Daní za to ovšem je snížená schopnost uživatelů model připomínkovat a modifikovat pro své potřeby.

V rámci posouzení Svenssonova postupu jsme konstatovali, že podobné modely založené na prokládání dat nejsou filozoficky zcela konzistentní s tržním oceněním, protože neužívají tržní data v maximální možné míře. Svenssonova funkce ovšem dokáže velmi dobře prokládat tržní data, včetně skutečných spotových měr z českého úrokového trhu: chyby se pohybují v řádech několika setin procent. Z toho důvodu lze model bez výhrad doporučit pro konstrukci bezrizikových měr z českých dluhopisů, a to i pro ocenění tržní.

Je však třeba mít na paměti 2 omezení modelu. Zaprvé, není vhodné do výsledné funkce dosazovat splatnostní horizonty delší než je splatnost nejdelšího instrumentu užitého pro výstavbu modelu, protože na těchto horizontech je Svenssonova funkce fikcí bez těsného vztahu k trhu. Zejména pak užívání nekonečného horizontu jako odhadu dlouhodobé rovnovážné úrokové míry může vést ke katastrofálním výsledkům.

Zadruhé, model je extrémně citlivý na vstupní data. Jeho parametry proto nereprezentují setrvalý stav. Z tohoto důvodu je není vhodné používat pro *jiné dny*, než na kterých byly parametry odhadnuty. Ještě méně je vhodné je používat pro *jiné trhy*, než odkud parametry pochází. Konkrétně v případě užívání německých parametrů pro aproximaci parametrů bezrizikové míry na českém trhu vnášíme mnohdy nemalou chybu vzniklou odlišnou rizikovostí státních dluhopisů, odlišnými podmínkami na peněžním trhu a odlišnými očekáváními ohledně vývoje úrokových měr. Není proto možné si parametry z německého trhu jednoduše „vypůjčit". Jednou schůdnou možností je převzít celý CAPM model např. z německého trhu včetně bezrizikové míry sestrojené Svenssonovou funkcí na německých státních dluhopisech a CAPM posléze adaptovat pro český trh. Druhou možností, ke které se osobně přikláním, je vyvinout Svenssonův model na českých dluhopisových datech.

Na okraj lze konstatovat, že Svenssonova funkce s arbitrárně stanovenou dlouhodobou úrokovou mírou může být způsobem, jak modelovat přechod od současných mimořádně nízkých tržních sazeb k dlouhodobě rovnovážným hodnotám.

Literatura:

[1] American Society of Appraisers (2009). *ASA Business Valuation Standards*. [cit. 8.7.2013] Dostupné na http://www.appraisers.org/files/professional%20standards/bvstandards.pdf.

[2] Arnold, S. – Lahmann, A. – Schwetzler, B. (2011) *A note on using the Svensson procedure to estimate the risk free rate in corporate valuation*. Leipzig Graduate School of Management, Finexpert.

[3] Česká národní banka (2013). *Rating agencies: Foreign Currency Long-Term Sovereign Debt Ratings*. Dostupné z http://www.cnb.cz/en/about_cnb/international_relations/rating/

[4] Damodaran, A. (2013). *Annual Returns on Stock, T.Bonds and T.Bills: 1928 - Current*. [cit. 15.7.2013]. Dostupné z http://people.stern.nyu.edu/adamodar/New_Home_Page/datafile/histretSP.html

[5] Damodaran, A. (2008). *What is the riskfree rate? A Search for the Basic Building Block*. Stern School of Business, New York University. [cit. 7.7.2013] Dostupné z: http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/papers/riskfreerate.pdf.

[6] Deutsche Bank (2013). *Sovereign default probablities online*. [cit. 17.7.2013]. Dostupné z http://www.dbresearch.com/servlet/reweb2.ReWEB?rwnode=DBR_INTERNET_EN-PROD$NAVIGATION&rwobj=CDS.calias&rwsite=DBR_INTERNET_EN-PROD

[7] Deutsche Bundesbank (2014). *Prices and yields: Prices and yields of listed Federal securities: July 2014*. [cit. 26.7.2014] Dostupné z http://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Service/Federal_securities/Prices_and_yields/prices_and_yields.html.

[8] Deutsche Bundesbank (2014a). *Macro-economic time series: Term structure on listed Federal securities (monthly and daily data)*. [cit. 26.7.2014]. Dostupné z http://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Statistics/Time_series_databases/Macro_economic_time_series/its_list_node.html?listId=www_s140_it03a .

[9] Deutsche Bundesbank (2014b). *Macro-economic time series: Parameters (monthly and daily data)*. [cit. 26.7.2014]. Dostupné z http://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Statistics/Time_series_databases/Macro_economic_time_series/its_list_node.html?listId=www_s140_it04c .

[10] Dobiáš, Vladimír (2008). *Arbitrage-Free Yield Curve*. Disertační práce VŠE v Praze.

[11] Dvořák, M. (2014). *Užití swapových sazeb pro stanovení bezrizikové míry se zřetelem na Českou republiku*. Oceňování 7, 1, 3-26.

[12] Dvořák, M. (2014a). *Beta faktor a ekvitní prémie z cizího trhu: přenositelnost a statistická spolehlivost*. Verze 15. 4. 2014. [cit. 31.7.2014]. Dostupné z http://www.michaldvorak.eu/resources/Beta_faktor.pdf

[13] Dvořák, M. (2014b). *Bezrizikové míry získané z korunových swapových sazeb*. [cit. 31.7.2014]. Dostupné z http://www.michaldvorak.eu/resources/Swap_Implied_RF.xlsx

[14] Gilli, M. – Grosse, S. – Schumann, E. (2010). *Calibrating the Nelson–Siegel–Svensson model*. Comisef Working Paper 031. [cit. 31.7.2014]. Dostupné z http://comisef.eu/files/wps031.pdf

[15] Greene, W. H. (2012). *Econometric Analysis*. Seventh Edition. Harlow: Pearson.

[16] Hindls, R. – Hronová, S. – Seger, J. – Fischer, J. (2007). *Statistika pro ekonomy*. Osmé vydání. Praha: Professional Publishing.

[17] Hladíková, H. – Radová, J. (2012). *Term Structure Modelling by Using Nelson-Siegel Model*. European Financial and Accounting Journal 7,2, 36-55.

[18] IDW (2008). *IDW Standard 2008 – Grundsätze zur Durchführung von Unternehmensbewertungen*. Institut der Wirtschaftsprüfer.

[19] Institut oceňování majetku Vysoké školy ekonomické (2013). *Svenssonova metoda*. Dostupné z http://iom.vse.cz/odborna-cinnost/svenssonova-metoda/

[20] Kladívko, K. (2010). *The Czech Treasury Yield Curve from 1999 to the Present*. Czech Journal of Economics and Finance 60, 4, s. 307-335.

[21] Maříková, P. – Mařík, M. (2012). *Odvozování bezrizikové výnosové míry z tržních dat pomocí Svenssonovy metod*y. Odhadce a oceňování majetku 4/2012, s. 67-79.

[22] Mařík, M. et al. (2011). *Metody oceňování podniku pro pokročilé: Hlubší pohled na vybrané problémy*. 1. vydání. Praha: Ekopress.

[23] Nelson, C. R. – Siegel, A. F. (1987). *Parsimonious Modeling of Yield Curves*. Journal of Business 60, 473-489

[24] Patria (2014). *Měny a sazby – Databáze finančních údajů*. [cit. 27.7.2014]. Dostupné z http://www.patria.cz

[25] Patria (2014a). *Dluhopisy online: Státní ČR*. [cit. 19.7.2014]. Dostupné z http://www.patria.cz

[26] Schich, S. T. (1997). *Estimating the German term structure*. Discussion paper 4/97. Frankfurt Am Main: Economic Research Group of the Deutsche Bundesbank.

[27] Standard&Poor's (2013). *Sovereign Ratings And Country T&C Assessments*. [cit. 17.7.2013]. Dostupné z http://www.standardandpoors.com/servlet/BlobServer?blobheadername3=MDT-Type&blobcol=urldata&blobtable=MungoBlobs&blobheadervalue2=inline%3B+filename%3DTC_Assessments_7_9_13.pdf&blobheadername2=Content-Disposition&blobheadervalue1=application%2Fpdf&blobkey=id&blobheadername1=content-type&blobwhere=1244295677712&blobheadervalue3=UTF-8

[28] Svensson, L. E. O. (1994). *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*. Seminar Paper No. 579. Stockholm: Institute for International Economic Studies, University of Stockholm.

[29] Verbeek, M. (2012). *A Guide to Modern Macroeconomics*. 4th Edition. Chichester: John Wiley & Sons.

Bezriziková míra ze státních dluhopisů: přednosti a úskalí Svenssonovy metody

Michal Dvořák

ABSTRAKT

Při stanovení bezrizikové míry se nejčastěji vychází ze státních dluhopisů. Pokročilé přístupy k diskontní míře ale vyžadují, aby byla diferencována pro jednotlivé roky. Protože většina státních dluhopisů není splatných jednorázově, je k výpočtu bezrizikových měr zcela nezbytné učinit předpoklad o chování výnosových měr. Jedním z takovýchto předpokladů je Svenssonova funkce. V Německu je v oceňování používána jako standardní postup a v poslední době je propagována i pro český trh. Článek popisuje postup, jak výpočet diferencované bezrizikové míry probíhá, a empiricky demonstruje, že Svenssonem navržené proložení je i pro situaci českého trhu ve většině případů mimořádně přesné. Dále je ukázáno, že z důvodu odlišných výnosů českých a německých státních dluhopisů, zapříčiněných odlišnými podmínkami na trhu a odlišným vnímáním rizikovosti dluhopisů, není možné automaticky přejímat německé výsledky. Stojí proto za úvahu vyvinout model na českých datech.

Klíčová slova: Oceňování, Bezriziková míra, Diskontní míra, Bootstrapping, Svenssonova metoda, CAPM.

Government-bond Risk-free Rate: Virtues and Perils of the Svensson Method

ABSTRACT

When determining the risk-free rate, government bonds are the most common choice. Advanced approaches to discount rate insist on year-varying differentiation. As most sovereign bonds are not zero-coupon, making assumption on yield curve shape is inevitable to obtain risk-free zero rates. Svensson function is one of these assumptions. In German valuation practice it is the standard approach and recently it is promoted for Czech market usage. The article presents the way how differentiated risk-free rates are calculated and demonstrates empirically the Svensson fitting is outstandingly precise even in Czech market situation cases. It is also shown that due to different yields on Czech and German government bonds caused by different market condition and sovereign credit risk, it is not possible to automatically adopt German parameters. Czech data-based model development should therefore be considered.

Key words: Valuation, Risk-free rate, Discount rate, Bootstrapping, Svensson method, CAPM

JEL classification: G32, E43